

**Raport științific**

*privind implementarea proiectului în perioada decembrie 2013 – decembrie 2014*

## **Derivarea unei noi ecuații de stare pentru materia stelara cu comportare neteda pentru tot domeniul de validitate**

### **I. Introducere**

De cativa ani, o atentie deosebita a comunitatii de fizica nucleara este intreptata catre

- modelarea materiei barionice ce constituie componenta principala a materiei stelare,
- determinarea ecuației sau, mai precis, a ecuațiilor de stare (EOS) ale materiei barionice pe intregul spectru de densitate, temperatura si procentaj electronic relevant pentru astrofizica si
- determinarea modului in care diferitele EOS afecteaza observabile astronomice cum ar fi masa sau raza unei stele neutronice.

In prezentul raport vom discuta exclusiv domeniul de densitati inferioare densitatii materiei nucleare normale. Provocarea principala pe care o intimpinam in acest caz se datoreaza in principal vastitatii plajelor de temperatura, densitate si asimerie de isospin explorate in cursul colapsului gravitacional al stelelor masive si al exploziilor de supernove. Figura 1 prezinta situatia tipica a materiei stelare la citeva sute de milisekunde dupa ce unda de soc ce insoteste colapsul gravitacional este reflectata de miezul dur al stelei. Dupa cum se poate vedea, domeniul de densitate acopera 10 ordine de marime, temperatura variaza de la citeva zeci de KeV la o suta de MeV iar raportul de protoni variaza intre 0 (materie neutronica) si 0.5 (materie nucleara simetrica). In aceste conditii, compozitia chimica si organizarea materiei este cit se poate de diversa si mai multe tranzitii de faza pot avea loc. Este justificat sa intrebam daca materia este echilibrata si, daca da, in raport cu ce forte. Pentru a raspunde la aceasta intrebare trebuie avut in vedere raportul dintre timpul de evolutie astrofizica si timpii de echilibrare in raport cu diferitele interactii. In colapsul gravitacional si exploziile de supernove timpii de evolutie sint de ordinul milisecundelor. Timpul de echilibrare al interactiei tari este de ordinul  $10^{-22}$  s iar cel propriu interactiei slabe de ordinul secundelor. In aceste conditii, tragem concluzia ca materia stelara este in echilibru in raport cu interactia tare si, in general, nu este in echilibru in raport cu interactia slaba.

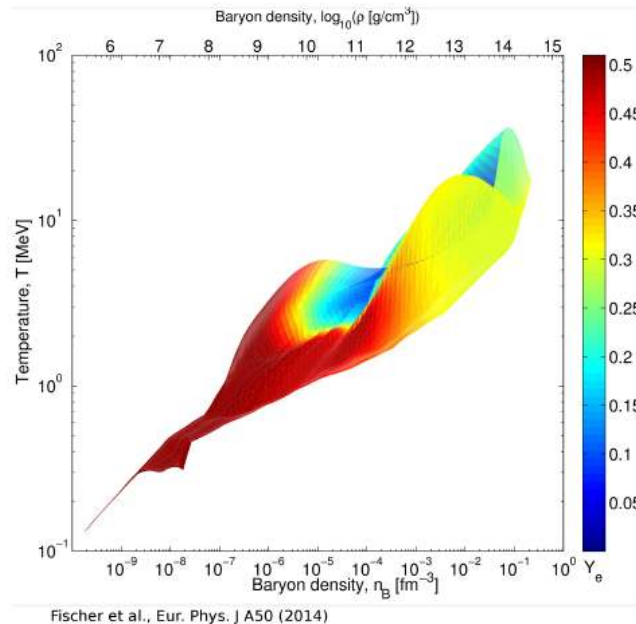


Figura 1.

Evolutia stelelor este studiata cu ajutorul simularilor de hidrodinamica relativista si transfer de caldura. Un ingredient important il constituie fizica nucleara sub forma de EOS si rate ale diferitelor reactii. Este astfel clar ca nu se poate realiza o descriere astrofizica exacta in absenta unei fizici nucleare precise.

### **II. Aproximatia nucleului unic la T=0**

Este stiut, inca din anii '70, ca la temperatura nula materia nucleara cu densitati inferioare celei de saturatie este organizata sub forma unei retele cristaline mononucleare cufundate intr-o distributie uniforma de electroni si, eventual, la densitati mai mari de  $2-4 \cdot 10^4 \text{ fm}^{-3}$ , intr-o distributie uniforma de

nucleoni liberi. Cele doua domenii se numesc "inainte de drip" si, respectiv, "al nucleonilor liberi". Tratarile cele mai populare se bazeaza pe metode Hartree-Fock [2] si aproximatia Thomas-Fermi extinsa [3]. Trataria propusa de noi este diferita. Porneste de la expresia densitatii de energie totala care este minimizata, sub constrangeri date de observabilele termodinamice fixate, in raport cu toate variabilele ce caracterizeaza starea de echilibru. Alegind ca variabile de control densitatea barionica  $\rho_B$  si raportul protonic  $Y_p$ , potentialul termodinamic ce trebuie minimizat este:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(A, \delta, \rho_g, y_g, V_{WS}) &= \epsilon_{HM}(\rho_g, y_g) + E^e(A, \delta, \rho_g, y_g)/V_{WS} \\ &- \alpha \rho_g (\rho_0 - A/V_{WS}) + \alpha \rho_0 (\rho_B - A/V_{WS}) \\ &- \beta y_g (\rho_0 - A/V_{WS}) + \beta \rho_0 (\rho_B(1 - 2y_p) - A\delta/V_{WS}). \end{aligned} \quad (\text{II.1})$$

Termenii de pe rindurile doi si trei sint triviali in sensul ca corespund conservarii densitatii barionice si de isospin. Termenii de pe rindul unu corespund densitatii de energie a nucleonilor nelegati si, respectiv, clusterului unic in formularea "e" [4]. Este de remarcat ca, datorita modului de alegere a conditiilor termodinamice, contributia electronilor nu apare in ecuatie. Derivarea partiala a ecuatiei (II.1) in raport cu toate cele patru variabile ce determina echilibru si care trebuiesc gasite conduce la urmatorul sistem de ecuatii:

$$\rho_{Bp(n)} = \frac{A(1 \mp \delta)}{2V_{WS}} \quad (\text{II.2})$$

$$\rho_{Bn(p)} = \rho_g \left(1 - \frac{A}{\rho_0 V_{WS}}\right) + \frac{A(1 \pm \delta)}{2V_{WS}} \quad (\text{II.3})$$

$$\left. \frac{\partial(E^{nuc}/A)}{\partial A} \right|_{\delta} = 0 \quad (\text{II.4})$$

$$\left. \frac{1}{A} \frac{\partial E^e}{\partial \delta} \right|_A \pm \left. \frac{1}{1 \mp \delta} \frac{\partial E^e}{\partial A} \right|_{\delta} = \pm \mu_g \frac{1}{1 \mp \delta} \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_0}\right) + \mu_g \frac{\rho_g \rho_0'}{\rho_0^2} \quad (\text{II.5})$$

Din nou, primele doua ecuatii corespund legilor de conservare si sint banale. Ecuatia a treia este remarcabila prin simplitate. Ea afirma ca, pentru o asimetrie de isospin data nucleul de echilibru este cel ce minimizeaza energia per nucleon. Subliniem faptul ca densitatea si compozitia gazului de nucleoni nelegati nu intervine in nici un fel in aceasta ecuatie! Ultima ecuatie este complicata si afirma ca compozitia chimica de echilibru a clusterului nuclear este determinata, printre altele, de densitatea si compozitia gazului de nucleoni. Acest lucru este firesc. In plus, este de remarcat un cuplaj intre componentele isoscalare si isovectoriale.

Figura 2 prezinta compozitia crustei externe a stelelor neutronice calculata conform ecuatiilor de mai sus pentru trei ipoteze in ceea ce priveste energia de legatura a clusterilor nucleari. Abrevierea "FRDM" corespunde cazului in care doar nucleele a caror masa a fost calculata si tabelata in Ref. [5] sunt luate in considerare. Abrevierile "exp+SLY4" si "exp+SKMs" corespund cazurilor in care energiile de legatura au fost considerate egale cu cele determinate experimentale [6], in cazul in care masuratorile au fost facute, si, respectiv, calculate pe baza modelului picatura de lichid [7] cu luarea in considerare a interactiilor efective de tip Skyrme SL4 si SKMs. Pentru completitudine rezultatele noastre sint comparate cu cele ale lucrarii de pionierat ale lui Bethe, Pethick si Sutherland [8]. Remarcam faptul ca compozitia crustei depinde puternic de energiile de legatura ale nucleelor si ca chiar un model preformant de tipul Finite Range Droplet Model (FRDM) prezice valori diferite decit datele experimentale.

Pe masura ce ne adincim in crusta, densitatea barionica si imbogatirea in neutroni a nucleelor sporesc in asa fel incit, de la o anumita valoare a densitatii incolo, neutronii incep sa picure din nuclee. Acesta este regimul de nucleoni liberi. Ecuatiile propuse pot, in mod evident, sa descrie si acest proces. Compozitia intregii cruste este prezentata in figura 3 in functie de densitatea barionica si, din nou, comparata cu predictiile unor modele celebre. Ca si in cazul crustei externe, structura crustei externe depinde de interactiile nucleon-nucleon si, mai precis, de proprietatile isovectoriale ale acesteia. Este remarcat ca  $Y_p(\rho_B)$ , reprezentat in insertia din panoul de jos, manifesta cea mai slaba dependentă de model vazuta pina acum, ceea ce inseamna ca proprietatile gazului ideal de electroni domina detaliile interactiilor nucleare.

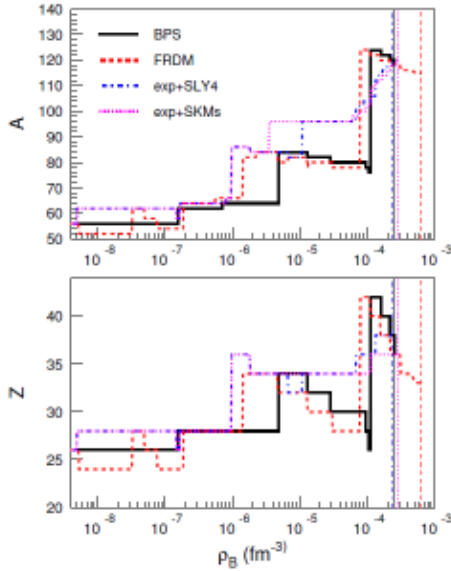


Figura 2

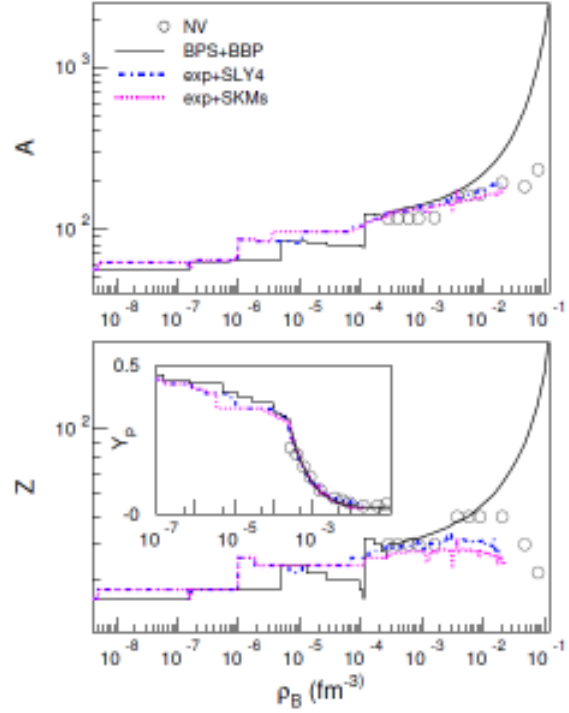


Figura 3

### III. Aproximatia nucleului unic la temperatura finita

O temperatura diferita de zero presupune fluctuatii de pozitie si de compozitie. Fluctuatii de pozitie duc, in cazul in care sint comparabile cu distanta dintre nodurile retelei, la distrugerea retelei cristaline. Fluctuatii de compozitie fac ca faza densa a materiei sa inceteze sa fie reprezentata de un unic nucleu. Ea este reprezentata de o distributie, mai larga sau mai ingusta, in functie de marimea temperaturii, de nucleu. Mai mult, gazul de nucleoni nelegati inceteaza de a fi un gas pur si este format deopotriva din neutroni si protoni. Este totusi, rezonabil sa ne imaginam ca un nucleu este mai probabil decit oricare din celelalte si sa continuam sa tratam

componenta densa ca si cind ar fi constituita dintr-o unica specie. Ca in orice aplicatie de temperatura finita cu observabile extensive fixate, starea de echilibru se obtine prin minimizarea energiei libere,

$$F_{WS} = F_{\beta}^e(A, \delta, \rho_g, y_g) - TV_{WS} \ln z_{\beta}^{HM}(\rho_g, y_g) - TV_{WS} \ln z_{\beta}^{el}(\rho_p) + \delta F_{surf}, \quad (III.1)$$

unde putem remarca, in plus fata de ingredientele deja comentate, contributia energiei cinetice de translatie a clusterului si contributia energie de excitatie. Ca si in cazul temperaturii nule, valorile de echilibru ale tuturor observabilelor se obtin prin derivare partiala. Setul de ecuatii astfel obtinut este:

$$\frac{\partial E^e}{\partial A} \Big|_{\delta, \rho_g, y_g} = \mu_B \frac{\rho_0 - \rho_g}{\rho_0} + \mu_3 \frac{\rho_0 \delta - y_g}{\rho_0} + \frac{3T}{2A} \frac{\rho_0 V_{WS}}{\rho_0 V_{WS} - A} + T \frac{\partial \ln c_{\beta}}{\partial A} \Big|_{\delta, \rho_g, y_g} \quad (III.2)$$

$$\frac{\partial E^e}{\partial \delta} \Big|_{A, \rho_g, y_g} = \mu_3 A + \frac{\rho_0' A}{\rho_0} \left( \mu_B \frac{\rho_g}{\rho_0} + \mu_3 \frac{y_g}{\rho_0} \right) + \frac{3T}{2} \frac{\rho_g}{\rho_0 (\rho_0 - \rho_g)} \frac{\rho_0' \rho_0 V_{WS}}{(\rho_0 V_{WS} - A)} + T \frac{\partial \ln c_{\beta}}{\partial \delta} \Big|_{A, \rho_g, y_g} \quad (III.3)$$

$$\frac{\partial (F_{\beta}^0/A)}{\partial A} \Big|_{\delta, V_{WS}} = 0 \quad (III.4)$$

$$\mu_B \equiv -T \frac{\partial \ln z_{\beta}^{HM}}{\partial \rho_g} \quad (III.5)$$

$$\mu_3 \equiv -T \frac{\partial \ln z_{\beta}^{HM}}{\partial y_g} \quad (III.6)$$

si va avea prin constructie, in limita  $T \rightarrow 0$ , valoarea corecta.

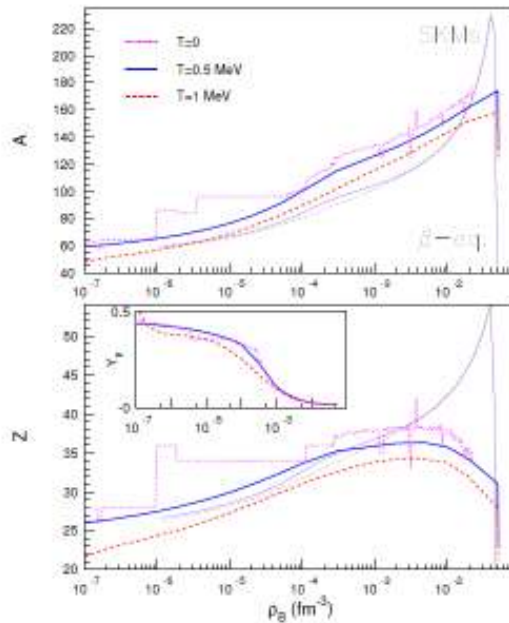


Figura 4.

Predictiile in ceea ce priveste compozitia crustei corespunzand temperaturilor de 500 keV si 1 MeV sint prezentate in figura 4 in comparatie cu rezultatele corespunzatoare temperaturii nule. Interactia efectiva considerata este SKM\*. Evolutia neteda la temperaturi finite se datoreaza renuntarii la valorile experimentale in ceea ce priveste energia de legatura nucleara in favoarea unei parametrizari de tip picatura de lichid si a neglijarii efectelor de paturi si imperechere.

#### IV. Ecuația de stare

Odata determinata compozitia, calculul oricarei observabile termodinamice (energie barionica, energie totala, entropie, presiune, potential chimic de neutroni si protoni, etc.) este imediat. Figura 5 reprezinta doua astfel de exemple: al energiei totale si al presiunii totale. Aceasta alegere nu este intimplatoare ci datorata faptului ca acestea sint unicele marimi ce determina relatia dintre masa si raza unei stele neutronice si pot constitui, deci, constrangeri observationale.

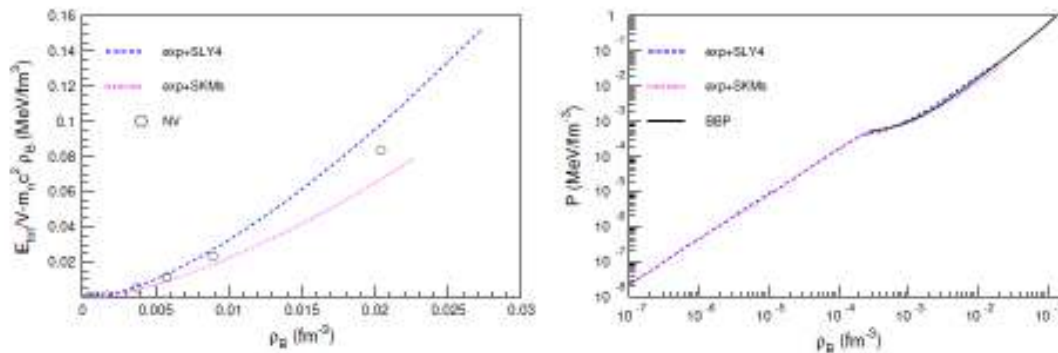


Figura 5.

Rezultatele corespund temperaturii nule si cazului in care energiile experimentale de legatura ale nucleelor sint suplimentate cu predictiile modelului propus de Danielewicz si Lee [7]. Ca si in cazul compozitiei, este de remarcat sensibilitatea fata de EOS nucleonica. Este de remarcat forma convexa  $a_{tot}\rho_B$  pentru potential chimic leptonic nul, i.e. echilibru beta. Acest lucru denota stabilitate fata de separarea in faze si se deosebeste de comportamentul materiei nucleare diluate care, pe un domeniu larg de densitati, este instabila. Stabilizarea materiei stelare fata de cea a materiei nucleare este consecinta gazului, practic incompresibil, de electroni.

#### V. Concluzii

A fost dezvoltat un formalism ce permite descrierea unitara si coerenta a compozitiei si energeticii materiei nucleare cu densitati inferioare densitatii de saturatie la temperaturi nule si finite. Rezultatele acestui model original au fost comparate cu predictiile a mai multor modele celebre

in literatura de specialitate. Pentru a testa sensibilitatea fata de proprietatile interactiei nucleon-nucleon, am considerat diverse potentiale efective.

Intentionam ca in viitor sa exploatam modelul propus pentru

- a) identificarea impactului fiecareia din proprietatile materiei nucleare simetrice si saturate (energie de simetrie, panta si curbura a energiei de simetrie pentru densitate nucleara normala, compresibilitate, etc.) asupra proprietatilor masurabile ale steleor neutronice (masa, raza),
- b) confirmarea importantei unei tratari riguroase si complete a compozitiei materiei nucleare in ceea ce priveste rata de captura electronica.

Obiectivul fazei a fost in totalitate indeplinit.

## Bibliografie

- [1] T. Fischer et al, Eur. Phys. J. **A** 50 (2014).
- [2] J. W. Negele and D. Vautherin, Nucl. Phys. **A** 207, 298 (1973).
- [3] Chamel J. M. Pearson, N. Chamel, S. Goriely, and C. Ducoin, Phys.Rev.**C** 85, 065803 (2012).
- [4] P. Papakonstantinou, J. Margueron, F. Gulminelli, Ad. R. Raduta, Phys. Rev. **C** 88, 045805 (2013).
- [5] P. Moller, J. R. Nix, W. D. Myers and W. J. Swiatecki, ADNDT 59, 185 (1995).
- [6] G.Audi, M. Wang, A. H. Wapstra, et.al., Chinese Physics **C** 36, 1287 (2012); M. Wang, et.al., Chinese Physics C36, 1603 (2012); <http://amdc.impcas.ac.cn/evaluation/data2012/ data/nubase.mas12>.
- [7] P. Danielewicz and J. Lee, Nucl. Phys. **A** 818, 36 (2009).
- [8] G. Baym, C. Pethick, P. Sutherland, ApJ 170, 299 (1971).
- [9] G. Baym, H. A. Bethe and C.Pethick, Nucl. Phys. **A** 175, 225 (1971).

### Rezultatele vor fi publicate in cadrul lucrarilor:

**Unified treatment of sub-saturation stellar matter at zero and finite temperature,**

F. Gulminelli (Caen), Ad. R. Raduta (IFIN-HH, Bucuresti) in prezent in curs de redactare.

### Lucrari publicate sau in curs de publicare

1. **Clusterized nuclear matter in the (proto-)neutron star crust and the symmetry energy,** Ad. R. Raduta, F. Aymard, F. Gulminelli, Eur. Phys. J. A (2014) 50:24
2. **Thermodynamics of baryonic matter with strangeness within non-relativistic energy density functional model,** Ad. R. Raduta, F. Gulminelli, M. Oertel, arXiv:1406.0395.
3. **Effective axial-vector strength and  $\beta$ -decay systematics,** D.S. Delion, J. Suhonen, European Physics Letters **107** (2014) 52001
4. **Alpha decay fine structure in even-even nuclei,** D.S. Delion, A. Dumitrescu, Atomic Data Nuclear Data Tables **101** (2015) (in press)
5. **Pairing versus quarteting coherence length,** D.S. Delion, V.V. Baran, Physical Review **C** (submitted)

### Prezentari la conferinte internationale

1. **Equations of state and phase transitions in stellar matter (invited seminar),** 7th European summer school on experimental nuclear astrophysics, 15-27 September 2013, Santa Tecla, Italy.
2. **The nuclear symmetry energy and the neutron star crust,** The birth and death of neutron stars, International workshop, Florence, Italy, March 2014.
3. **Clusterization in stellar matter,** ECT-Workshop, Simulating the Supernova Neutrinosphere with Heavy Ion Collisions, 7-14 April 2014, Trento, Italy.
4. **Hyperons in stellar matter,** CARPATHIAN SUMMER SCHOOL OF PHYSICS 2014 Exotic Nuclei and Nuclear/Particle Astrophysics (V) "From nuclei to stars" July 13 - 26, 2014, Sinaia, Romania.
5. **Clusterized nuclear matter in the (proto-)neutron star crust and the symmetry energy,** Advanced many-body and statistical methods in mesoscopic systems II, September 1 - 5, 2014, Brasov, Romania
6. **Alpha-decay – a computational challenge,** D.S. Delion, R.J. Liotta, A. Dumitrescu, Computational challenges in nuclear physics, Sept. 15 - Oct. 10 2014, Stockholm, Sweden

Director proiect  
Dr. Doru S. Delion

